РАСЧЁТ УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХЗВЕННОГО МАЯТНИКА КАПИЦЫ

Беляев А.К. [1], Полякова О.Р. [2], Товстик Т.П. [1]

[1] *Институт Проблем Машиноведения РАН, Санкт-Петербург*
[2] *Общественная организация научных исследований «Метагалактические Науки» Московской области, Подольск*
vice.ipme@gmail.com, ksenpolyaor@yandex.ru, tovstik_t@mail.ru

В работе исследуется устойчивость движения перевёрнутого двухзвенного математического маятника в поле силы тяжести под действием вертикальной вибрации основания. Задача является обобщением примера маятника Капицы [1] и продолжает исследования, начатые в работе [2], где для нахождения области притяжения устойчивого решения применяются асимптотические методы [3].

В геометрически нелинейной постановке, для плоского движения в отсутствие силы трения и деформаций, в безразмерном виде движение маятников описывается системой уравнений

$$\begin{cases} 2\ddot{\varphi}+\ddot{\psi}\cos(\psi-\varphi)-\dot{\psi}^2\sin(\psi-\varphi)+2\varepsilon\sin(t+\beta)\sin\varphi-2q\varepsilon^2\sin\varphi=0, \\ \ddot{\varphi}\cos(\psi-\varphi)+\ddot{\psi}+\dot{\varphi}^2\sin(\psi-\varphi)+\varepsilon\sin(t+\beta)\sin\psi-q\varepsilon^2\sin\psi=0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ – углы отклонения от вертикали двух последовательно соединённых цилиндрическим шарниром математических маятников. Функция $\varepsilon\sin(t+\beta)$ задаёт вертикальные колебания основания, к которому шарнирно прикреплён нижний маятник. Колебания происходят с заданной малой по отношению к длине маятников амплитудой ε и некоторой начальной фазой β. Дестабилизирующее влияние силы тяжести даёт последний член в уравнениях, где $q\varepsilon^2$ равно квадрату отношения собственной частоты колебаний одиночного математического маятника около нижнего положения равновесия в поле силы тяжести в отсутствие колебаний точки закрепления к заданной частоте колебаний основания.

Для исследования медленных составляющих движения маятников вводится медленное время $\tau=\varepsilon t$ и применяется метод двухмасштабных разложений, искомые функции ищутся в виде рядов по малому параметру

$$\begin{gathered} \varphi(t,\tau,\varepsilon)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\Phi_n(\tau)+\varphi_n(t,\tau)\right)\varepsilon^n, \quad \psi(t,\tau,\varepsilon)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\Psi_n(\tau)+\psi_n(t,\tau)\right)\varepsilon^n, \\ \tau=\varepsilon t, \quad \int_0^{2\pi}\varphi_n(t,\tau)\,dt=0, \qquad \int_0^{2\pi}\psi_n(t,\tau)\,dt=0, \quad n=0,1,2,\ldots. \end{gathered} \tag{2}$$

В работе получена нелинейная система дифференциальных уравнений медленных движений маятников, позволяющая в нулевом асимптотическом приближении найти область, в которой возможно движение маятников около верхнего положения равновесия в геометрически нелинейной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 20-51-S52001 МНТ-а).

Литература

[1] Капица П.Л. Маятник с вибрирующим подвесом // Успехи физических наук. 1951. Т. 44. № 1, С. 7 – 20.
[2] Belyaev A.K., Morozov N.F., Tovstik P.E., Tovstik T.M., Tovstik T.P. Classical Kapitsa's problem of stability of an inverted pendulum and some generalizations // Acta Mechanica, 2021. Vol. 232. P. 1743 – 1759.
[3] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1958. – 408 с.