

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП, ПОЗВОЛЯЮЩИЙ МОДЕЛИРОВАТЬ КРИВЫЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Головина Н.Я.¹, Белов П.А.²¹Тюменский индустриальный университет, Тюмень²Институт прикладной механики РАН, Москваgolovinanj@tyuiu.ru, belovpa@yandex.ru

Работа посвящена теоретическому построению кривой деформирования для упругопластических материалов. Для этого сформулирован новый вариационный принцип [1,2], требующий стационарности неинтегрируемой линейной вариационной формы. В общем случае эта вариационная форма может быть представлена в виде суммы вариации функционала и простейших вариационных неинтегрируемых форм, которые будем называть каналами диссипации. Каждому слагаемому в этом вариационном принципе приписывается физический смысл включения/выключения какого-то механизма деформирования. Наиболее простой функционал $\int \sigma^{*'} \sigma^{*'} d\varepsilon^*$ дает в качестве своей экстремали линейный закон Гука. Здесь ε^* и σ^* - нормированные координаты точек кривой деформирования. Напряжение нормировано на предел прочности, а деформация на предельную деформацию. Данная нормировка приводит к тому, что все кривые деформирования начинаются в точке (0;0), а заканчиваются в точке (1;1). Простейшая вариационная неинтегрируемая форма $\int \varepsilon(\sigma^{*''} \delta \sigma^{*'} - \sigma^{*'} \delta \sigma^{*''}) d\varepsilon^*$ в совокупности с $\int \sigma^{*'} \sigma^{*'} d\varepsilon^*$ дает в качестве своей экстремали закон Рамберга-Осгуда [3]. Таким образом можно моделировать различные кривые, комбинируя на определенных участках различные механизмы деформирования. Такой феноменологический подход позволяет обойти трудности, которые возникают при детализации этих механизмов с помощью мезомеханики или наномеханики. Становится возможным трактовать характерные точки кривой деформирования, как точки, при переходе через которые включается/выключается тот или иной механизм деформирования. В частности, предел пропорциональности можно трактовать, как точку, при переходе через которую процесс деформирования перестает быть линейным. При этом соответствующая вариационная форма может быть представлена в виде вариации функционала:

$$\frac{1}{2} \int [A_{22} \varepsilon^{*2} \sigma^{*''} \sigma^{*''} + 2A_{21} \varepsilon^* \sigma^{*''} \sigma^{*'} + A_{11} \sigma^{*'} \sigma^{*'}] d\varepsilon^*$$

Этот функционал имеет три слагаемых, что соответствует одновременному действию трех механизмов деформирования. Этот функционал описывает обратимые процессы. Чтобы учесть диссипативные процессы, необходимо ввести еще один процесс деформирования в виде простейшей неинтегрируемой вариационной формы:

$$\int B_{12} \varepsilon(\sigma^{*''} \delta \sigma^{*'} - \sigma^{*'} \delta \sigma^{*''}) d\varepsilon^*$$

Число допустимых каналов диссипации определяется числом билинейных слагаемых, присутствующих в функционале. В данном случае это единственный канал диссипации. Сформулированная теория позволила с высокой точностью построить теоретические кривые деформирования.

Литература

- [1] Головина Н.Я., Белов П.А. Кривая деформирования как экстремаль некоторого функционала / Наука и бизнес: пути развития. 2019. № 10 (100). С. 44-52
- [2] Головина Н.Я., Белов П.А. Модель кривой нелинейного деформирования стали 20ХГР и стали 35 / Проблемы прочности и пластичности. 2020. Т. 82. № 3. С. 305-316.
- [3] Головина Н.Я. Об одной эмпирической модели нелинейного деформирования упругопластических материалов / Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2020. Т. 17. № 3. С. 48-55.